《物理思维方法》练习与应用参考答案

第 1 讲　分析法

1．BCD

【解析】由图丙可知，t_1时滑块木板一起刚在从水平滑动，此时滑块与木板相对静止，木板刚要滑动，此时以整体为对象有 $F_1=\mu_1(m_1+m_2)g$。A 错误。

图丙可知，t_2时滑块与木板刚要发生相对滑动。以整体为对象，根据牛顿第二定律，有 $F_2-\mu_1(m_1+m_2)g=(m_1+m_2)a$；以木板为对象，根据牛顿第二定律，有 $\mu_2 m_2 g-\mu_1(m_1+m_2)g=m_1 a>0$。解得 $F_2=\dfrac{m_2(m_1+m_2)}{m_1}(\mu_2-\mu_1)g$，$\mu_2>\dfrac{(m_1+m_2)}{m_1}\mu_1$。B、C 正确。

图丙可知，$0\sim t_2$这段时间滑块与木板相对静止，所以有相同的加速度。D 正确。

2．B

【解析】把滑块和球看做一个整体受力分析，沿斜面和垂直斜面建立直角坐标系。

假设速度方向向下，则沿斜面方向有$(m_1+m_2)g\sin\alpha-f=(m_1+m_2)a$，垂直斜面方向有$F_N=(m_1+m_2)g\cos\alpha$，摩擦力 $f=\mu F_N$，联立可解得 $a=g\sin\alpha-\mu g\cos\alpha$。对小球有若 $\alpha=\beta$ 则 $a=g\sin\beta$，现有 $\beta>\alpha$，则有 $a>g\sin\beta$。所以 $g\sin\alpha-\mu g\cos\alpha>g\sin\beta$，即 $g\sin\alpha-g\sin\beta>\mu g\cos\alpha$。因为$\alpha<\beta$，所以 $g\sin\alpha-g\sin\beta<0$，但 $\mu g\cos\alpha>0$。假设不成立，即速度的方向一定向上。由于加速度方向向下，所以物体沿杆减速上滑。B 正确。

3．(1) 金属棒产生的感应电动势为

$$E=BLv$$

由闭合电路的欧姆定律可得

$$I=\frac{E}{R+r}$$

金属棒受到的安培力为

$$F=BIL$$

联立得

$$F=\frac{B^2L^2v}{R+r}$$

当金属棒所受合外力为零时，速度最大，有

$$mg\sin\theta=F$$

解得

$$v=\frac{mg(R+r)\sin\theta}{B^2L^2}=2\ \mathrm{m/s}$$

(2) 根据能量守恒定律，可得

$$mgx\sin\theta=\frac{1}{2}mv_m^2+Q$$

根据串联规律有

$$Q_R=\frac{R}{R+r}Q$$

联立方程，代入数据解得

$$Q_R=0.225\ \mathrm{J}$$

(3) 通过电阻的电荷量为

$$q=\bar{I}t$$

电路中的平均感应电流为

$$\bar{I}=\frac{\bar{E}}{R+r}$$

平均感应电动势为

$$\bar{E}=\frac{Blx}{t}$$

联立方程，代入数据解得

$$q=\frac{Blx}{R+r}=0.4\ \mathrm{C}$$

(4) 由动量定理可得

$$mg\sin\theta t-\bar{F}t=mv$$

$$\bar{F}=B\bar{I}L$$

$$\bar{I}=\frac{q}{t}$$

联立方程，代入数据解得 $t=1.2\ \mathrm{s}$

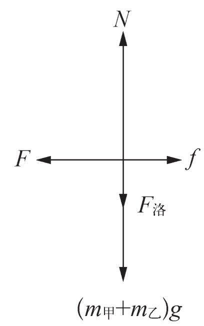
第 2 讲　综合法

1. D

【解析】对小球 B 受力分析则有$\frac{F}{G}=\tan\beta$，对 A，B 整体受力分析有：$\frac{F}{2G}=\tan\alpha$，联立可得：$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=\frac{1}{2}$。D 正确

2. B

【解析】以甲乙整体为研究对象，分析受力如图，



则有 $N=F_洛+(m_甲+m_乙)g$，当甲乙一起加速运动时，洛伦兹力$F_洛$增大，滑动摩擦力 f 增大。AC 错误。

乙与地面之间的摩擦力 f 增大，F 一定，根据牛顿第二定律得加速度 a 减小，对甲研究得到，乙对甲的摩擦力$f_甲=m_甲 a$，则得到$f_甲$减小，甲、乙两物块间的静摩擦力不断减小。B 正确，D 错误。

3. AD

【解析】根据题设条件，由动能定理得：$mg\cdot 2d-qU=0$，则知电场力做功等于重力做功的大小．把 A 板向上平移一小段距离，质点自 P 点自由下落，根据动能定理知，$mg\cdot 2d-qU=0$，小球到达 N 速度为零然后返回。A 正确。

将 A 板向下移动一小段距离，根据动能定理知，$mg\cdot 2d-qU=0$，小球到达 N 速度为零然后返回。B 错误。

把 B 板向上平移一小段距离，根据动能定理知，$h<2d$，$mgh-qU<0$，知小球未到达 N 速度已减为零，然后返回。C 错误。

把 B 板向下平移一小段距离后，根据动能定理知，$h>2d$，$mgh-qU>0$，知小球到达 N 速度不为零，小球会穿过 N 继续下落。D 正确。

第 3 讲　归纳法

1. 沃德教授的结论正确，应当强化机尾的防护。

因为分析的对象只有幸存返回的战斗机，所以这是不完全归纳。军方的归纳方法是寻找幸存战斗机的共性，属于穆勒五法中的契合法。但是契合法要在条件和现象之间建立因果，要求所有研究对象仅有一个共同条件，显然这些幸存战斗机除了“机翼有较多弹痕”这一共同条件之外，还有“机尾弹痕较少”这一共同条件，不符合契合法的要求。为了提高归纳推理的结论的可靠性，契合法宜与差异法并用。对比幸存返回的战斗机和被击落的战斗机，进一步逻辑分析可以发现：被多次击中机翼的战斗机，还是能够安全返航，而机尾被击中的飞机早已无法返航。因此机尾中弹对于战斗机来说更致命，应当加强机尾的防护。本题中军方的错误归纳被称为“幸存者偏差”。

2. 略

3. 本题使用递推归纳的方法。

(1) 选 n 个物块组成的系统为研究对象，因系统所受合外力为零，由动量守恒定律得 $mv_0=nmv_n$，解得 $v_n=\frac{v_0}{n}$。

(2) 物块 1 和物块 2 碰前经历时间

$$t_1=\frac{d}{v_0}$$

设物块 1 和物块 2 碰后具有共同速度 v_1，则

$$mv_0=(m+m)v_1$$

得

$$v_1=\frac{v_0}{2}$$

物块 1、2 以速度 v_1 向物块 3 运动，历时

$$t_2=\frac{d}{v_1}=\frac{2d}{v_0}$$

物块 1、2 与 3 碰后具有共同速度 v_2，则

$$mv_0=3mv_2$$

得

$$v_2=\frac{v_0}{3}$$

物块 1、2、3 以速度 v_2 向物块 4 运动，历时

$$t_3=\frac{d}{v_2}=\frac{3d}{v_0}$$

以此类推，第$(n-1)$个物块向第 n 个物体运动历时

$$t_{n-1}=\frac{(n-1)}{v_0}d$$

从物块 1 开始运动到物块 n 开始运动共历时

$$t=t_1+t_2+\cdots+t_{n-1}=\frac{d}{v_0}+\frac{2d}{v_0}+\cdots+\frac{(n-1)d}{v_0}=\frac{n(n-1)d}{2v_0}$$

第 4 讲　演绎法

1. 小艾有 1 本书，小吴有 7 本书，小李有 6 本书。

【解析】小艾能确定另外二人的书的数量不同，说明小艾的书的数量是奇数。

小吴能确定他们三人的书的数量都不同，说明小吴的书的数量是奇数且大于等于 7，即有可能是 7、9、11。

若小吴有 7 本书，则另两人的书的数量有以下三种可能：

小吴	小艾	小李
7	1	6
	3	4
	5	2

若小吴有 9 本书，则另两人的书的数量有以下两种可能：

<table>
<tr><td>小吴</td><td>小艾</td><td>小李</td></tr>
<tr><td rowspan="2">9</td><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>3</td><td>2</td></tr>
</table>

若小吴有 11 本书，则另两人的书的数量只有一种可能：

小吴	小艾	小李
11	1	2

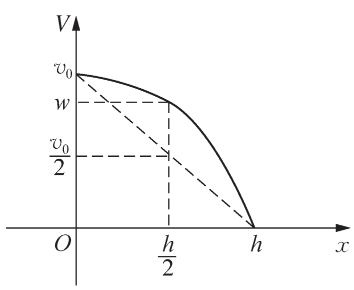
对于小李来说，若他的书的数量是 2 或者 4，则在三个表格中都有，也即存在着多种可能，他就不能确定每个人的书的数量。因此，小李的书的数量只能是 6，则三人的书的数量只能是：

小吴	小艾	小李
7	1	6

2. B

【解析】运用特殊值法，令抛出去的沙袋质量 $m=0$，代入四个选项之中，得到气球的加速度应为 a，而满足这一情况的只有 B 选项。B 正确。

3. A



【解析】先分析下降过程，分析可知下降过程中 v 应当为负值，排除 C、D 选项。

在上升过程中，选取高度为最大高度一半的位置为特殊点。由于上升时小球做匀减速运动，故在位移中点其速度 $v>\frac{1}{2}v_0$。A 正确。

第 5 讲　假设法

1. 三次。

【解析】把小球从 1 到 12 任意编号，天平两边分别放 1、2、3、4 和 5、6、7、8，有两种情况。

(1) 天平平衡，则次品在剩余的四个球里，称过的八个球为标准球。天平两边分别放 1、2、3 和 9、10、11，有三种情况。

① 天平平衡，则 12 为次品。

② 9、10、11 的一边轻，则这三个球里有一个球轻。在天平两边分别放 9 和 10，如果不平衡，则轻的一边为次品；如果平衡，则 11 为次品。

③ 9、10、11 重，则这三个球里有一个球重。在天平两边分别放 9 和 10，如果不平衡，则重的一边的为次品；如果平衡，则 11 为次品。

(2) 天平不平衡，假设 1、2、3、4 重（1、2、3、4 轻的方法与其重的方法完全一样），在天平两边分别放 1、2、3、5、6 和 4、9、10、11、12，有三种情况。

① 天平平衡，在天平两边分别放 7 和 9，如果平衡则 8 为次品；如果不平衡则 7 为次品。

② 1、2、3、5、6 的一边重，则 1、2、3 里有一个球重。在天平两边分别放 1 和 2，如果平衡，则 3 为次品；如果不平衡则重的为次品。

③ 1、2、3、5、6 的一边轻，则 5、6 轻或者 4 重。在天平两边分别放 4、5 和 9、10，如果 4、5 的一边重，则 4 为次品；如果 4、5 的一边轻，则 5 为次品；如果平衡，则 6 为次品。

【补充拓展】用天平 N 次称量唯一质量不同小球的问题，称量 N 次可以得出答案的极限小球个数是$(3^N-1)/2$，也就是说称量三次最多可以称量出 13 个小球，四次可以称量出 40 个小球。而既要找出不同小球，又要知道它是轻还是重，则 N 次最多可以称量$(3^N-3)/2$个，也就是说三次可以称量 12 个，四次可以称量 39 个。

2. 不存在。

【解析】假设存在这样的电场，那么其等势线应当是与电场线垂直的平行直线。但是图中的电场线上密下疏，等势线也应当上密下疏，则不可能是平行直线。因此假设不成立。

3. 大雨滴先落地；小雨滴落地速度较小。

【解析】假设雨滴半径为 r，则当雨滴匀速下落时受到的空气阻力 $f\propto r^{\alpha}$。由题意可知，雨滴下落时的阻力与速度有关，假定阻力与 v^n成正比，则 $f=Kr^{\alpha}v^n$；(K 为常数)。

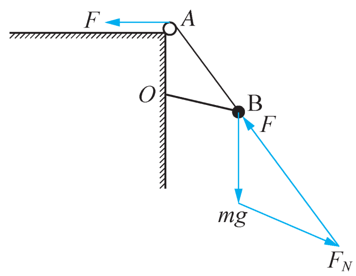
物体的重力 $mg=\rho g\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$，即半径越大，雨滴的重力越大。而匀速运动时，$mg=f=kKr^{\alpha}v^n$，即 $\rho g\cdot\frac{4}{3}\pi r^3=kKr^{\alpha}v^n$，亦即 $v^n\propto r^{3-\alpha}$，由于 $1\leqslant\alpha\leqslant 2$，故 $3-\alpha>0$。

故半径越大的雨滴下落速度越快，半径大的匀速运动的速度大，平均速度也大，得出：大雨滴先落地且落地速度大，小雨滴落地速度小。

第 6 讲　图像法

1．BCD

【解析】对 B 球受力分析，受力情况如图所示。



由相似三角形规律得$\frac{mg}{L}=\frac{F_N}{L}=\frac{F}{l_{AB}}$。小球 B 缓慢上移过程中，重力不变，杆长和 OA 的长度 L 均不变，但绳子长度 l_{AB}减小，所以杆对小球的弹力大小 F_N不变，所以 F 减小。A 错误，B、D 正确。

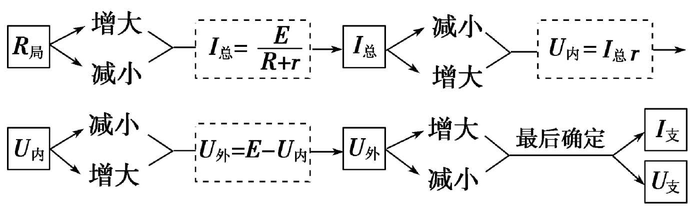
当杆被拉至水平状态时，绳子的长度为 $l_{AB}=\sqrt{2}L$，由相似三角形关系可得 $F=\sqrt{2}mg$。C 正确。

2．B

【解析】当滑动变阻器的触头由中点滑向 a 端时，R 接入电路的电阻减小，总电阻减小，干路电流增大，内电压增大，路端电压减小，电压表的示数减小，R_2的电压增大，R_1的电压减小，电流表的示数减小。A、C 错误，B 正确。

因为总电流增大，电流表的示数减小，所以 R 中电流增大，并且 R 中电流变化的绝对值大于电流表示数变化的绝对值。D 错误。

【补充拓展】动态电路问题的基本思路是“部分→整体→部分”。即



3．气体由 A 到 B 过程：

初状态

$$p_A=1\times10^5\ \text{Pa}，T_A=300\ \text{K}，V_A=10\ \text{L}$$

末状态

$$p_B=2\times10^5\ \text{Pa}，V_B=20\ \text{L}$$

由理想气体状态方程得

$$\frac{p_AV_A}{T_A}=\frac{p_BV_B}{T_B}$$

解得

$$T_B=1\ 200\ \text{K}$$

B 到 C 过程为等容变化，则有

$$\frac{p_B}{T_B}=\frac{p_C}{T_C}$$

解得

$$T_C=2\,400\ \text{K}$$

整个过程中从 A 状态回到 A 状态，温度不变，则 $\Delta U=Q+W=0$。

因为外界对气体做的功在数值上等于四边形 $ABCD$ 围成的面积，即

$$W=\frac{1}{2}\times1\times10^5\times10\times10^{-3}\ \text{J}+\frac{1}{2}\times2\times10^5\times10\times10^{-3}\ \text{J}=1.5\times10^3\ \text{J}$$

则

$$Q=-1.5\times10^3\ \text{J}$$

即气体放出的热量为 1.5×10^3 J。

第 7 讲　模型法

1. D

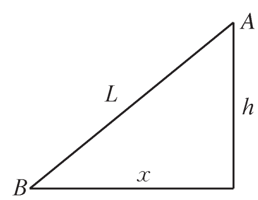
【解析】本题考查了弹簧和轻杆两个对象模型的特点，弹簧这个对象模型弹力不能够突变，突然撤去挡板的瞬间，弹力不变；轻杆这个对象模型的特点是，突然撤去挡板的瞬间，杆的作用力会发生突变。D 正确

2. 这是生活中要解决的一个具体问题，我们也可以通过建立物理模型来解决。由于这根管道水平设置，所以污水从管口离开时，可以认为排出污水离开管口时做平抛运动。

污水水平方向上做匀速直线运动，竖直方向上做自由落体运动，用卷尺测量管口上沿 A 点距水面高度 h，管口上沿 A 点距最大射程 B 处的直线距离为 L，

设污水水平射程为 x，如图所示，由勾股定理得

$$x=\sqrt{L^2-h^2},$$



设污水初速度为 v，由平抛规律：

竖直方向

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

水平方向

$$v=\frac{x}{t}=x\sqrt{\frac{g}{2h}}=\sqrt{(L^2-h^2)\frac{g}{2h}}$$

设管口横截面积为 s，有

$$s=\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\pi d^2$$

单位时间排出污水体积

$$V=vs$$

则每秒排出污水质量为

$$m=\rho V=\frac{\rho\pi d^2}{4}\sqrt{(L^2-h^2)\frac{g}{2h}}$$

只需要用卷尺测量管口上沿 A 点距水面高度 h，管口上沿 A 点距最大射程 B 处的直线距离 L，管子的直径为 d，查出污水的密度为 ρ，得出每秒排出污水质量为

$$m=\rho V=\frac{\rho\pi d^2}{4}\sqrt{(L^2-h^2)\frac{g}{2h}}$$

3. BC

【解析】本题考察的双星模型。双星模型的特点是双星受到的彼此的万有引力大小相等，万有引力提供向心力。设两颗中子星相距为 L，质量分别为 m_1、m_2，轨道半径分别为 r_1、r_2，根据万有引力提供向心力，有$\frac{Gm_1m_2}{L^2}=m_1\omega^2r_1=m_2\omega^2r_2$。因为 $r_1+r_2=L$，所以质量分别为 $m_2=\frac{\omega^2L^2}{G}\cdot r_1$ 和 $m_1=\frac{\omega^2L^2}{G}\cdot r_2$。可以求出质量之和为 $m_1+m_2=\frac{\omega^2L^2}{G}(r_1+r_2)=\frac{\omega^2L^3}{G}=1.4\times10^{25}$ kg。其中 $\omega=\frac{2\pi}{T}=24\pi$（$T=\frac{1}{12}s$），$L=400$ km。B 正确。

根据 $v=\omega r$ 得 $v_1+v_2=\omega$（r_1+r_2）$=\omega L=9\,600\pi=3.0\times10^4$ m/s。C 正确。

可以求出两颗中子星互相绕着运动的角速度，不可以求出各自的自转角速度。D 错误。

第 8 讲　类比法

1. D

【解析】类比于磁场中磁通量的定义，在定义电通量时只需要把磁通量中的磁感应强度 B 替换为电场强度 E 即可。设在电场强度为 E 的匀强电场中，有一个与电场方向垂直的平面，面积为 S，我们可以将 E 与 S 的乘积叫做穿过这个面积的电通量，用字母Φ_E表示，即$\Phi_E=ES$。

根据点电荷的场强公式，求得球面上各处的电场强度大小为 $E=k\frac{Q}{r^2}$。由于球面上各处电场强度方向都与球面垂直，故通过球面的电通量为$\Phi_E=ES=k\frac{Q}{r^2}\cdot4\pi r^2=4\pi kQ$。由推导出的电通量公式可知，$\Phi_1$与$\Phi_2$相等，即二者比值为 1。D 正确。

2. D

【解析】由 $v-t$ 图像面积求位移的方法实质是利用微元法，将时间分为很多微小时间段，根据 $\Delta x=v\Delta t$，计算出每个 Δt 时间内的位移，累加后得出 t 时间内的位移。类比可以得出 $F-x$ 图像的面积表示力所做的功，$a-t$ 图像的面积表示 t 时间内速度变化量，$i-t$ 图像的面积表示 t 时间内电容器充电量。ABC 正确。根据法拉第电磁感应定律，穿过发电机线圈的磁通量随时间变化的图像的斜率表示产生的感应电动势，图像面积没有物理意义。D 不正确。

3. 虽然蚂蚁的运动我们不能直接用已学过的运动学公式求解，但只要能找到描述蚂蚁运动的公式和学过的公式的相同形式，便可通过类比，借助学过的公式形式使问题得以解决。

（1）由已知得：

蚂蚁在距离洞中心 L 处的速度为

$$v=\frac{k}{L}$$

代入数据得

$$k=vL=0.2\times1=0.2\ \mathrm{m^2/s}$$

因此，当 $L_2=2$ m 时，其速度

$$v_2=\frac{k}{L_2}=0.1\ \mathrm{m/s}$$

（2）由速度的定义得：

蚂蚁从 L 到 $L+\Delta L$ 所需时间

$$\Delta t=\frac{\Delta L}{v}=\frac{1}{k}\cdot\Delta L\cdot L \qquad ①$$

对于初速度为 0 的匀加速直线运动，有

$$v=at$$

在 t 到 Δt 内的位移

$$\Delta s=v\Delta t=a\cdot\Delta t\cdot t \qquad ②$$

比较①、②两式可以看出两式具有相似的数学表述形式。

据此，可将蚂蚁问题中的参量 t 和 L 分别与初速为零的匀加速直线运动中的 s 和 t 进行类比，其中 $\frac{1}{k}$ 相当于加速度 a。

因此，在此蚂蚁问题中

$$t=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{k}\cdot L^2$$

令 t_1 对应 L_1，t_2 对应 L_2，则所求时间为

$$t_1=\frac{1}{2k}L_1^2 \quad t_2=\frac{1}{2k}L_2^2$$

代入数据可得从 A 到 B 所用的时间为

$$\Delta t=t_2-t_1=\frac{1}{2k}L_2^2-\frac{1}{2k}L_1^2=\frac{2^2}{2\times0.2}-\frac{1^2}{2\times0.2}=7.5\ \text{s}$$

第 9 讲　求异法

1.（1）由查理定律可知$\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}\Rightarrow P_2=\frac{T_2}{T_1}\cdot P_1=\frac{37+273}{27+273}\times3\times10^3=3.1\times10^3\ \text{Pa}$

（2）解法 1：等温压缩

设夹层中原有的气体被等温压缩，体积由 V 变成 ΔV，则需要进入的空气体积为

$$V-\Delta V$$

则

$$P_1V=P_2\Delta V\Rightarrow\Delta V=\frac{P_1}{P_2}V=\frac{3\times10^3}{1\times10^5}V=0.03V$$

夹层中增加的空气质量 Δm 与原有空气质量 m 的比值为

$$\frac{\Delta m}{m}=\frac{V-\Delta V}{\Delta V}=\frac{1-0.03}{0.03}=\frac{97}{3}$$

解法 2：理想气体状态方程

设夹层原有空气质量为 m，$P=3\times10^3$ Pa。

增加质量为 Δm 的空气，压强变为大气压强

$$P_0=1.0\times10^5\ \text{Pa}$$

则有

$$\frac{\Delta m}{m}=\frac{\frac{P_0V}{T}-\frac{PV}{T}}{\frac{PV}{T}}=\frac{100-3}{3}=\frac{97}{3}$$

解法 3：“反演”下的等温膨胀

设静置足够长时间后，夹层中的空气压强由大气压强 $P_0=1.0\times10^5$ Pa 等温膨胀变为 $P=3\times10^3$ Pa，体积变为 V'，有

$$P_0V=PV'\Rightarrow V'=\frac{P_0}{P}V=\frac{100}{3}V$$

夹层中增加的空气质量 Δm 与原有空气质量 m 的比值为

$$\frac{\Delta m}{m}=\frac{V'-V}{V}=\frac{\frac{100}{3}-1}{1}=\frac{97}{3}$$

2. 物体从斜面底端 A 向顶点 D 的运动过程是匀减速直线运动，用匀减速直线运动

的知识是可以求解的，但运算过程稍繁。若逆向思考，物体从 D 运动到 A，则是一个初速度为零的匀加速直线运动。通过时间反演，对运动过程进行逆向求异思维，将问题化繁为简。

假设物体从 D 运动到 A，设物体的加速度为 a，经过 A、B、C 三点的瞬时速度分别为 v_A、v_B、v_C，则由运动学公式有

$$v_c = at_{CD} \quad ①$$

$$v_B = 2\,v_C \quad ②$$

$$v_B^2 - v_C^2 = 2as_{BC} \quad ③$$

$$v_A = v_C + at_{AC} \quad ④$$

$$v_A^2 = 2as_{AD} \quad ⑤$$

已知 $t_{CD}=0.5$ s，$s_{BC}=0.75$ m，$v_A=4$ m/s，解得 $t_{AC}=1.5$ s，$s_{AD}=4$ m

3.（1）由题意可知，客车在时间间隔为 $\Delta t=10$ s 的时间内，通过了 15 根铁轨，则客车的速度为

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{15\times 25}{10}\ \text{m/s}=37.5\ \text{m/s}$$

（2）以客车为参考系，货车做初速度为 v 的匀减速运动，在时间 $t=20$ s 内的位移为 $x=30\times 16$ m$=480$ m。由

$$x=vt+\frac{1}{2}at^2$$

可得货车加速度为

$$a=-1.35\ \text{m/s}^2$$

因此货车运行加速度大小为 1.35 m/s^2。

此处运用“转换参考系”转换求异的思维方法，将两个做不同运动的研究对象变换为一个研究对象。

第 10 讲　等效法

1. C

【解析】由于小环下滑时只受重力和钢丝的支持力，其中，支持力始终垂直于环的运动方向，对环不做功，不改变环的速度大小（仅改变环的速度方向），因此，我们可以将环沿着弹簧下滑的运动等效为物体沿着光滑斜面下滑的运动。

由 $l=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}g\sin\alpha\cdot t^2$，$\sin\alpha=\frac{h}{l}$，可得小环下滑的时间 $t=\sqrt{\frac{2\,l^2}{gh}}$。C 正确。

2. $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g\sin\alpha}}$

【解析】此摆可等效为一在斜面平面内摆动的单摆，摆长为 l，同时它的等效加速度为 $g\sin\alpha$，而单摆问题我们是清楚的，根据单摆振动周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$，可知此摆的周期为 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g\sin\alpha}}$。

3. 解法 1：分步求解，将物体的运动分为上升阶段和下落阶段。

上升时间

$$t_1=\frac{v_0}{g}=1\ \text{s，下落时间}\ t_2=16\ \text{s}$$

上升高度

$$h_1=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{100}{20}=5\ \text{m}$$

下落距离

$$h_2=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times10\times16^2=1\ 280\ \text{m}$$

物体刚脱离气球时气球的高度

$$h=h_2-h_1=1\ 275\ \text{m}$$

解法 2：将物体的运动等效为一个统一的匀变速运动，设向上为正方向，则

$$h=v_0t-\frac{1}{2}gt^2=10\times17-\frac{1}{2}\times10\times17^2=-1\ 275\ \text{m}$$

h 为负，说明落地点在抛出点下方 1 275 m 处。

从以上两种解法可看出，运用等效法解题过程要简单得多。

第 11 讲　守恒法

1. C

【解析】设新核速度为 v_1，则粒子的速度为 $v_2=v_0-v_1$，则由动量守恒定律得 $0=(M-m)v_1-mv_2$，解得 $v_1=\frac{mv_0}{M}$。C 正确。

【点评】该题中要注意“粒子离开原子核时相对核的速度为 v_0”是解决问题的关键，属于易错题。

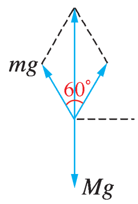
2. 绳索下滑过程，平台面下绳索质量越来越大，下滑过程作变加速运动，只能考察整个绳索滑出的整个过程，开始时，势能为 $-\frac{1}{32}mgL$（选取平台面为零势能位置），绳索终端滑到平台边时，势能为 $-\frac{1}{2}mgL$，由于整个过程中只有重力做功，故系统机械能守恒。由

$$-\frac{1}{32}mgL=-\frac{1}{2}mgL+\frac{1}{2}mv^2$$

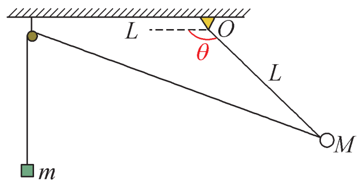
解得

$$v=3.75\ \mathrm{m/s}$$

3.（1）对小球受力分析，如图甲所示。由图中几何关系知 $Mg=\sqrt{3}mg$，即$\frac{M}{m}=\sqrt{3}$



甲



乙

（2）如图乙，小球和物块在运动过程中，系统机械能守恒，则

$$MgL\sin（180°-\theta）=mg\cdot 2L\sin\frac{\theta}{2}$$

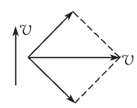
解得

$$\cos\frac{\theta}{2}=\frac{m}{M}=\frac{1}{2}$$

得

$$\theta=120°$$

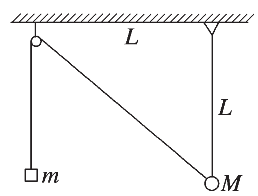
（3）设小球在 O 点正下方时，m 向上运动的速度为 v，M 速度水平向右为 v'，如图丙，由速度关系得



丙

$$v'=\sqrt{2}v$$

如图丁，由系统的机械能守恒可得



丁

$$MgL-mg\sqrt{2}L=\frac{1}{2}Mv'^2+\frac{1}{2}mv^2$$

解得

$$v^2=\frac{2\ 2-\sqrt{2}}{5}gL$$

随后 m 还能继续沿竖直方向上升 h，由机械能守恒得

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2$$

解得

$$h=\frac{v^2}{2g}=\frac{2-\sqrt{2}}{5}L$$

故整个过程中 m 上升的最大高度为

$$H=h+\sqrt{2}L=\frac{2+4\sqrt{2}}{5}L$$

第 12 讲　分割和积累

1.（1）2.96×10^{-3}；（2）3.70×10^{-4}；变近。

【解析】（1）电容器释放的电荷量都会流过电流传感器，考虑到电流随时间变化，但在无限短的时间 Δt 内可认为电流大小几乎恒定，有

$$Q=\sum I\Delta t$$

其具体值应等于图乙 $I-t$ 图像中图线与时间轴所围的面积。

图中已有坐标格，采用大于半格算 1 格，小于半格忽略不计的办法，数得共有 37 个小格子。

每个小格子所表示的电荷量为

$$\Delta q=0.2\times10^{-3}\ \mathrm{A}\times0.4\ \mathrm{s}=8.00\times10^{-5}\ \mathrm{C}$$

所以总电荷量为

$$Q=37\Delta q=2.96\times10^{-3}\ \mathrm{C}$$

（2）电容器的电容值为

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{2.96\times10^{-3}}{8.0}\mathrm{F}=3.70\times10^{-4}\ \mathrm{F}$$

（3）平行板电容器决定式为

$$C=\frac{\varepsilon_r S}{4\pi kd}$$

其带电量为

$$Q=\frac{\varepsilon_r SU}{4\pi kd}$$

可得，当平行板电容器的板间距离 d 增大时，其电荷量 Q 变小。

所以，其 $I-t$ 图像的图线与坐标轴所围的面积变小，故图线与坐标原点的距离将变近。

2.（1）电路中产生感应电流，导体棒 a 受到安培力减速，导体棒 b 受到安培力加速，设某时刻它们的速度分别为 v_1 和 v_2，电流中电流为 I。则

$$I=\frac{BL(v_1-v_2)}{2R}$$

两导体棒质量相等，安培力大小也相等，根据牛顿第二定律，它们的加速度大小也相等，为

$$a=\frac{ILB}{m}=\frac{B^2L^2(v_1-v_2)}{2mR}$$

由于 v_1 变小，v_2 变大，加速度逐渐变小，电流逐渐变小，收尾状态应为电流为零，加速度为零。此时，电路中产生的焦耳热最多，应根据能量的转化与守恒进行求解。

由电流为零可得

$$v_{1m}=v_{2m}$$

由于两导体棒加速度大小相等，所以两导体棒速度变化量大小相等，有

$$v_0-v_{1m}=v_{2m}-0$$

由上两式可得

$$v_{1m}=v_{2m}=\frac{1}{2}v_0$$

产生的焦耳热等于两导体棒机械能的减少量

$$Q=\frac{1}{2}mv_0^2-\left(\frac{1}{2}mv_{1m}^2+\frac{1}{2}mv_{2m}^2\right)$$

由以上各式可得

$$Q=\frac{1}{4}mv_0^2$$

（2）在极短时间 Δt 内，两导体棒之间的距离增加

$$\Delta(x_1-x_2)=(v_1-v_2)\Delta t$$

从开始至收尾状态时，两导体棒之间的距离增加最多

$$(x_1-x_2)_{\max}=\sum(v_1-v_2)\Delta t$$

可得

$$(x_1-x_2)_{\max}=\sum(v_1-v_2)\Delta t$$

对导体棒 b，有

$$v_{2m}=\sum a\Delta t$$

将 a 的表达式代入可得

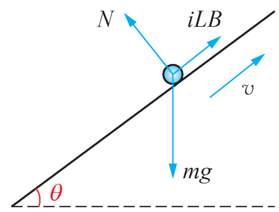
$$v_{2m}=\sum\frac{B^2L^2(v_1-v_2)}{2mR}\Delta t=\frac{B^2L^2}{2mR}\sum(v_1-v_2)\Delta t$$

所以

$$(x_1-x_2)_{\max}=\frac{2mv_mR}{B^2L^2}=\frac{mv_0R}{B^2L^2}$$

3.（1）导体棒获得初速度后，由于不计电阻，电容器的电压等于导体棒切割磁感线产生的感生电动势。若导体棒加速运动，则电容器电压变大，电荷量增加，导体棒受到的安培力沿导轨向下，故导体棒不可能加速。若导体棒匀速运动，则电路中没有电流，导体棒只受重力和支持力，不可能匀速。故导体棒一定做减速运动，且安培力的方向沿导轨向上。

导体棒上滑过程中，受力如图所示。



设导体棒速度为 v 时，加速度大小为 a，电流大小为 i，则

$$mg\sin\theta - iLB = ma$$

电容器电压等于导体棒上的感应电动势

$$U = BLv$$

电容器电荷量为

$$q = CU$$

电路中电流大小等于电容器放电速率

$$i = -\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

由以上各式电流大小为

$$i = -CBL\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = CBLa$$

加速度大小为

$$a = \frac{mg\sin\theta}{m + CB^2L^2}$$

可见导体棒做匀减速运动，有

$$0 - v_0^2 = -2ax$$

可得导体棒在导轨上上滑的最大距离为

$$x = \frac{v_0^2(m + CB^2L^2)}{2mg\sin\theta}$$

（2）导体棒下滑的过程中，安培力方向仍然沿导轨向上，由动量定理得

$$mg\sin\theta \cdot t - \sum iLB\Delta t = mv - 0$$

式中电流 i 为

$$i = \frac{BLv}{R}$$

则

$$\sum iLB\Delta t = \frac{B^2L^2}{R}\sum v\Delta t = \frac{B^2L^2}{R}x$$

联立解得

$$t = \frac{v}{g\sin\theta} + \frac{B^2L^2v_0^2(m - CB^2L^2)}{2Rm^2g^2\sin^2\theta}$$

第 13 讲　代数与几何

1. R_0是可变电阻，则 R_0上消耗的热功率为

$$P=\left(\frac{E}{R+R_0+r}\right)^2 R_0$$

将上式整理为

$$P=\frac{E^2}{\dfrac{(R+r)^2}{R_0}+R_0+2(R+r)}$$

显然分母中

$$\frac{(R+r)^2}{R_0}+R_0$$

当 $R_0=R+r$ 时，$\dfrac{(R+r)^2}{R_0}+R_0$ 取到极小值，P 取到极大值。

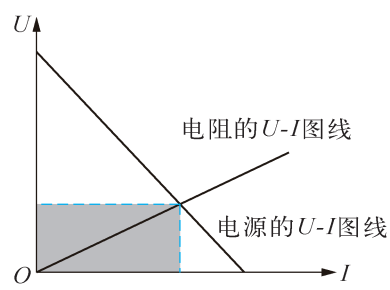
因为 $R_0\in(0,400)\ \Omega$，而 $R+r=100\ \Omega$，所以当 $R_0=100\ \Omega$ 时，P 有极大值为：

$$P_{\max}=0.062\ 5\ \text{W}$$

【点评】当然这个问题也可以通过图像转化成面积这样的几何意义来表达。

首先，可以将电源和电阻 R 当做等效电源，其等效电动势为 E、等效电阻为$R+r$。

其次，在 $U-I$ 图像中，电阻的图线和等效电源图线的交点是电阻 R_0在该等效电源下的“工作点”，该点的坐标即为电阻 R_0在该等效电源下的电压和电流，两者的乘积即为电阻 R_0上消耗的功率，于是该功率的物理意义就可以转化成图线中灰色矩形面积这样的几何意义，求功率：



电源的 $U-I$ 关系

$$U=E-I(R+r)$$

电阻的 $U-I$ 关系

$$U=IR_0$$

功率的表达式

$$P=UI$$

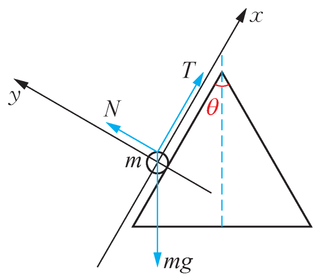
整理可得

$$P=\frac{E^2}{\dfrac{(R+r)^2}{R_0}+R_0+2(R+r)}$$

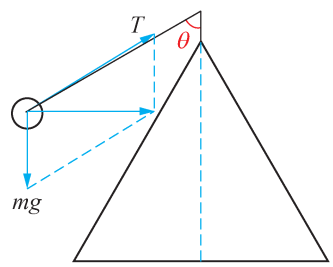
问题回归到代数表达，解答和上面方法中相同。

2. C

【解析】如图所示，沿圆锥母线和垂直与圆锥母线的方向建立正交坐标系，设绳长为 l，有 $T-mg\cos\theta=m(\omega^2 l\sin\theta)\sin\theta$，$mg\sin\theta-N=m(\omega^2 l\sin\theta)\cos\theta$。整理可得 $T=mg\cos\theta+ml\sin^2\theta\cdot\omega^2$，$N=mg\sin\theta-ml\sin\theta\cos\theta\cdot\omega^2$。



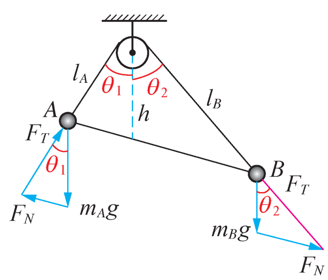
从上面的表达式可以看出，绳子的拉力 T 总是大于零的，随着角速度增大，绳子的拉力也增加。但是敏锐的同学应该也发现了，支持力 N 的表达式是两个物理量相减的形式，这就意味着 N 可能会是负值，而弹力只能沿着 y 轴正方向，理应不会出现负值。所以我们有必要对 N 进行讨论，当 $mg\sin\theta-ml\sin\theta\cos\theta\cdot\omega^2=0$，即 $\omega^2=\dfrac{g}{l\cos\theta}$时，小球和斜面之间的弹力恰好为零，接下来再增加角速度会使小球脱离圆锥面，从而绳子和竖直方向的夹角也会发生变化。所以，当 $\omega^2>\dfrac{g}{l\cos\theta}$时，$T=\dfrac{mg}{\cos\theta}$，$mg\tan\theta=m\omega^2 l\sin\theta$。得到：$T=m\omega^2 l$。C 正确。



3. AC

【解析】对 A、B 两小球受力分析，如图所示。

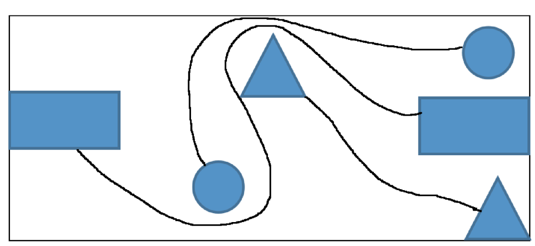
两个小球分别受到三个力，它们分别构成了矢量三角形，和由虚线分割出的两个空间三角形相似。由相似边相似比的关系可知：$\dfrac{l_A}{h}=\dfrac{F_T}{m_A g}$，$\dfrac{l_B}{h}=\dfrac{F_T}{m_B g}$。联立解得 $m_A>m_B$。



以整体为研究对象，悬挂定滑轮的装置的拉力的方向竖直向上，以定滑轮对象，定滑轮受竖直向上的拉力，跨过两边的绳子拉力相等，根据平衡，则跨过两边的绳子拉力方向和竖直方向夹角相等，即 $\theta_1=\theta_2$。A、C 正确。

第 14 讲　非线性思维

1.【解析】我们在潜意识里面形成的“思维定式”往往让我们用直线直接将相同的形状连起来，一旦这么做，无论如何都不可能让连线不交叉。因此，突破的关键在于化直为曲，如果每两个相同图形之间的连线都能



够有意识地给其他曲线“让路”，那这个问题就迎刃而解了，你成功了吗？

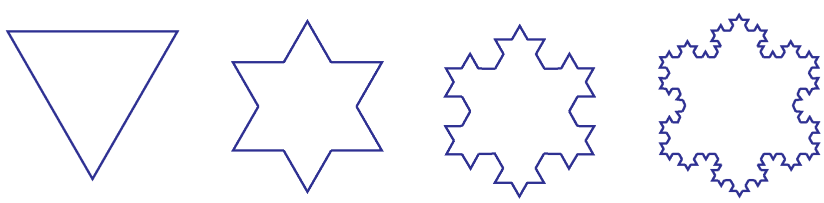
2. 将a_{n+1}＝cot（a_n）＝1/tan（a_n），代入计算机或计算器计算得到结果即可，结果保留 8 位小数。很显然，从a_{10}开始，数列结果发生巨大差异，此后不同列结果完全可以看作是随机的。

序号	第一列	第二列	第三列	第四列
a_1	1	1.000 1 （初值万分之一误差）	1.000 01 （初值十万分之一误差）	1.000 001 （初值百万分之一误差）
a_2	0.642 092 61	0.641 951 40	0.642 078 49	0.642 091 20
a_3	1.337 253 18	1.337 647 01	1.337 292 56	1.337 257 12
a_4	0.237 883 88	0.237 467 80	0.237 842 27	0.237 879 72
a_5	4.124 136 33	4.131 642 11	4.124 885 73	4.124 211 26
a_6	0.667 027 90	0.656 236 43	0.665 945 62	0.666 919 64
a_7	1.269 957 47	1.298 546 25	1.272 789 15	1.270 240 37
a_8	0.310 255 61	0.279 182 07	0.307 154 08	0.309 945 51
a_9	3.119 060 46	3.488 344 04	3.152 660 50	3.122 390 65
a_{10}	－44.373 437 95	2.767 389 60	90.348 130 12	－52.071 488 41
a_{11}	－2.424 894 38	－2.546 431 40	－1.056 234 19	0.239 645 35
a_{12}	1.147 785 19	1.476 981 16	－0.565 363 63	4.092 643 53

3. 本题做法不唯一，但无论哪种解法，如果直接画某种确定的直线或曲线，无论起点和终点经历怎样的过程，这个长度必然是有限的。借助立体思维，我们尝试跳出当前维度，自然而然会意识到若要使得曲线尽可能长，必须要想办法尽可能（无限）去切分图像上的线。

这里，我们提出一种简单的构造方式，即历史上有名的科克曲线：

如图，可以先作一个边长一定的等边三角形，取每边中间的$\frac{1}{3}$，接上去一个形状完全相似的但边长为其$\frac{1}{3}$的三角形，结果变成一个六角形。取六角形的每个边做同样的变换，即在中间$\frac{1}{3}$接上更小的三角形，以此重复，直至无穷。整体形状接近理想化的雪花。



科克曲线的形成过程

【补充拓展】我们发现，随着无限细分，图形的边界变得原来越细微曲折，而曲线的总长是无限长的。因此，这个图形是在有限空间里的无限长度。更为有趣的是，这个拥有自相似性，即将它放大之后会看到一个小的雪花。那为什么有限的面积会有无限的长度呢？数学家进一步研究发现，其实在数学世界，除了除了一维，二维，三维，还有分数维度，科赫雪花就是介于一维二维之间的某个维度，而发现这个问题的过程本身蕴含着非线性思维的影响。有兴趣的读者还可以继续查阅资料，了解一下关于“分形几何”的知识。